Московский Авиационный Институт

(Национальный исследовательский университет)

**Факультет прикладной математики и информатики**

**Курсовая работа**

**По курсу**

**«Случайные процессы»**

**По теме**

**«Линейные стохастические дифференциальные системы»**

VI семестр

Студент: Гусева С. Р.

Группа: М8О-301Б-20

Руководитель: Семенихин К. В.

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Подпись: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

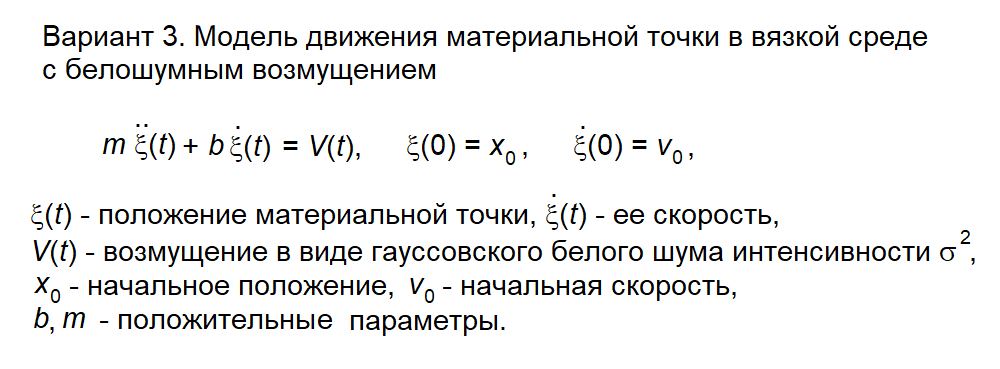
Москва 2023

**Содержание**

|  |  |
| --- | --- |
| Постановка задачи …..…….................................................................................... | 3 |
| 1. Приведение уравнения к линейной стохастической дифференциальной системе …………………………………………………………………………… | 4 |
| 2. Определение собственных значений матрицы системы .……........................ | 4 |
| 3. Уравнения метода моментов ...………………….……………………………. | 4 |
| 4. Разностная схема численного интегрирования стохастической системы .... | 6 |
| 5. Траектория и математическое ожидание для каждой компоненты выходного процесса ………………………………….………………………….. | 9 |
| 6. Траектория двумерного процесса ……………………………………………. | 11 |
| Список литературы …………………………………………………………….... | 12 |

**Постановка задачи**

Дано линейное стохастическое дифференциальное уравнение:



1) Привести это уравнение к линейной стохастической дифференциальной системе с векторным выходом и белошумным входом.

2) Определить собственные значения матрицы системы, с помощью чего сделать вывод об устойчивости системы и наличии стационарного режима у выходного процесса. Дать рекомендацию о выборе шага интегрирования h.

3) Записать уравнения метода моментов для вектора математического ожидания и ковариационной матрицы выходного процесса, а затем численно их решить. При наличии стационарного режима (хотя бы по некоторым координатам) определить аналитически предельные значения моментных характеристик, сравнив их с результатами численного интегрирования.

4) Записать разностную схему численного интегрирования стохастической системы, т.е. рекуррентную схему моделирования выходного процесса на равномерной временной сетке с шагом h.

5) Для каждой компоненты выходного процесса изобразить на одной картинке ее траекторию и математическое ожидание с трубкой радиусом в три средних квадратичных отклонения.

6) Изобразить на плоскости траекторию двумерного процесса.

**1. Приведение уравнения к линейной стохастической дифференциальной системе**

Приведем уравнение к виду

**2. Определение собственных значений матрицы системы**

Найдем собственные значения матрицы системы:

Как мы видим, собственные значения матрицы системы имеют отрицательные вещественные части, т. е. система ассимптотически устойчива по Гурвицу.

**3. Уравнения метода моментов**

Запишем уравнения метода моментов для полученной системы:

,

*.*

Составим систему уравнений:

Получили систему уравнений, которую необходимо решить.

1. , используя начальные условия , получим:

Подставим полученное выражение в первое уравнение системы. Тогда общий вид решения системы будет:

Найдем и из начальных условий:

Таким образом получили решение системы:

1. Пусть . Тогда

,

*,*

.

, тогда

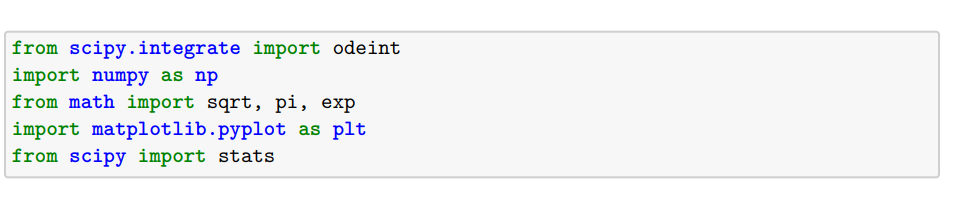
Тогда:

Таким образом получили решение системы, составленной из уравнений метода моментов:

**4. Разностная схема численного интегрирования стохастической системы**

Воспользуемся *Методом Эйлера*:

Таким образом получим формулу:

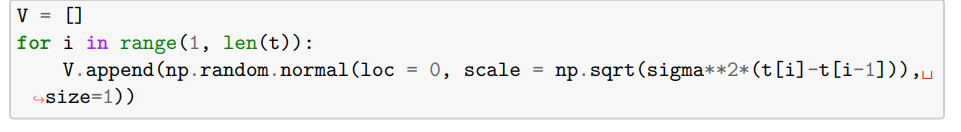


Для начала зададим параметры:

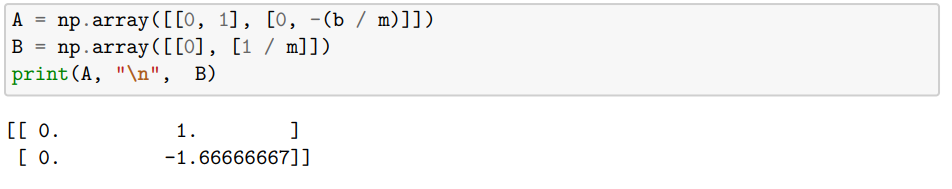


Здесь параметры: sigma – интенсивность Гауссовского белого шума, m, b, v0, x0 – масса материальной точки, коэффициент вязкости, начальные скорость и положение точки соответственно, h – шаг интегрирования.

Теперь смоделируем Гауссовский белый шум:



Зададим матрицу A и вектор-столбец B и выведем их значения:

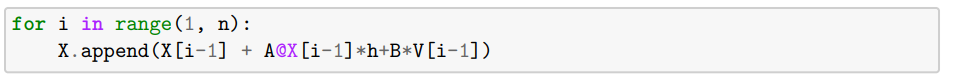




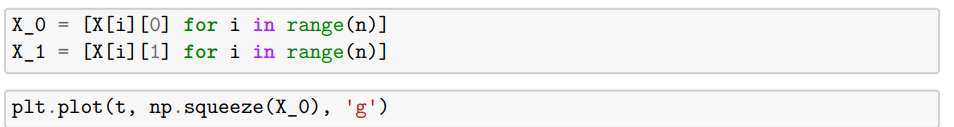
Смоделируем входной процесс и выведем его начальные значения:

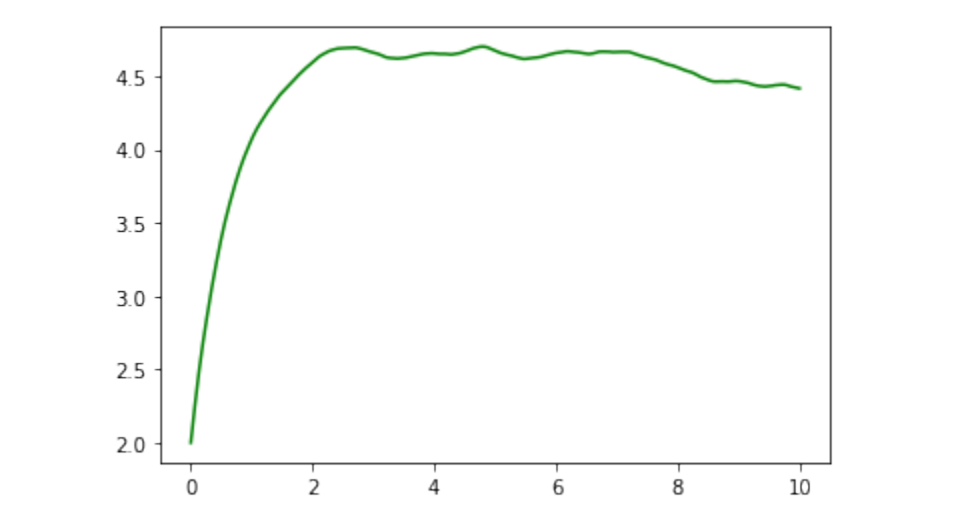


Теперь приступим к программированию метода эйлера сначала для шага h:

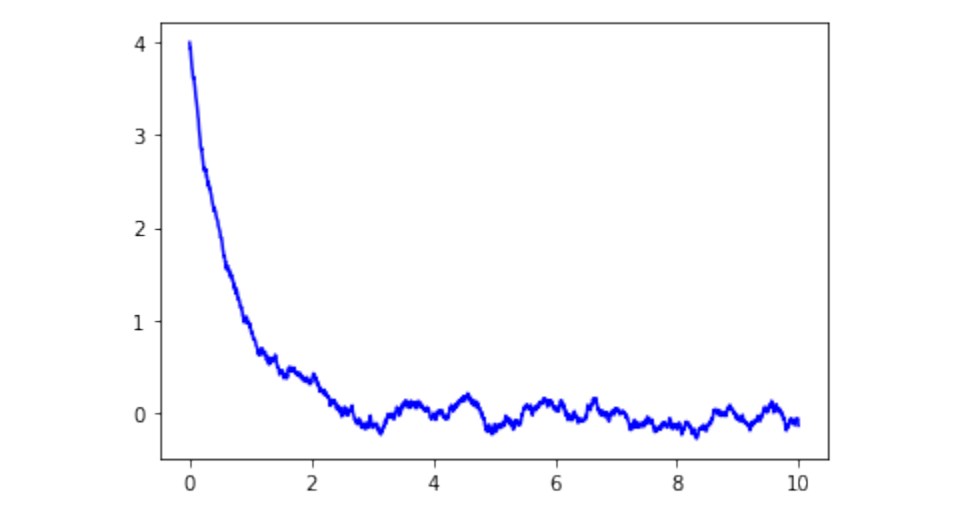


Разойдиним первую компоненту входного процесса и вторую для более удобной работы с ними. И выведем графики каждой компоненты:

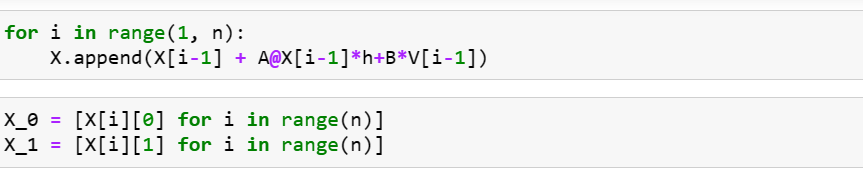


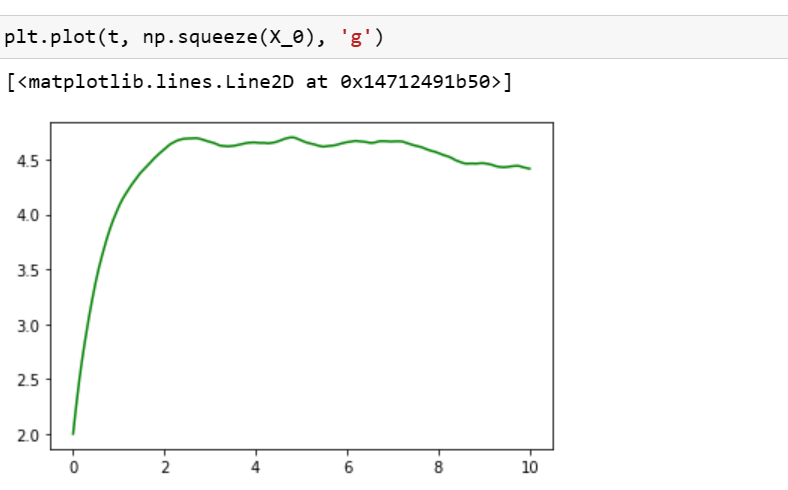


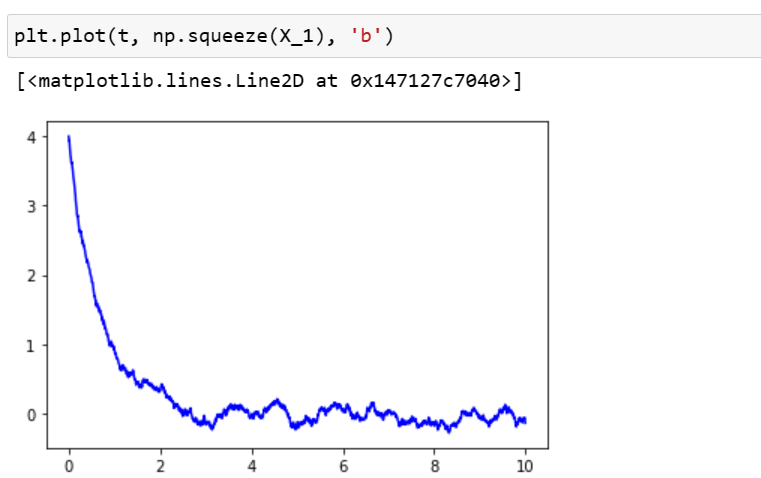




Теперь используем метод эйлера для шага интегрирования равного h/4:

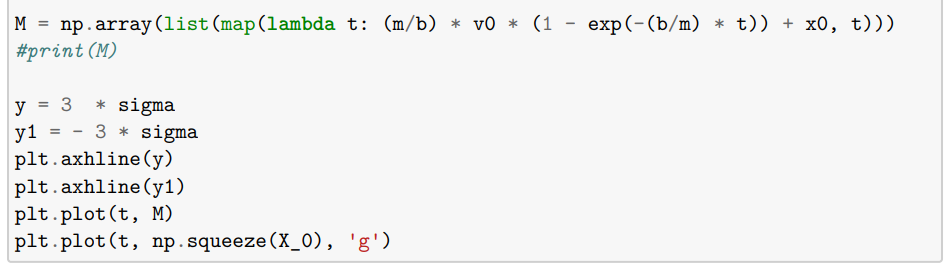


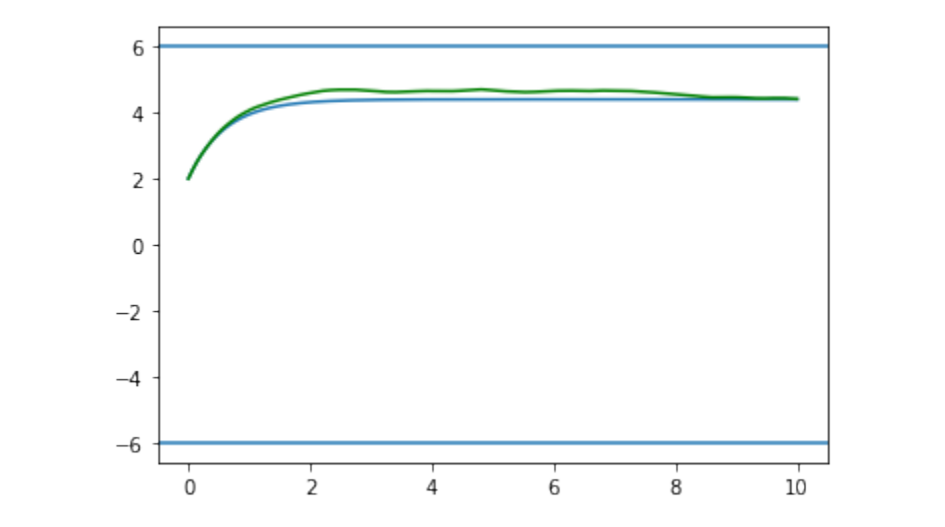


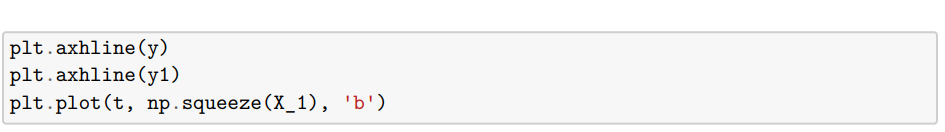


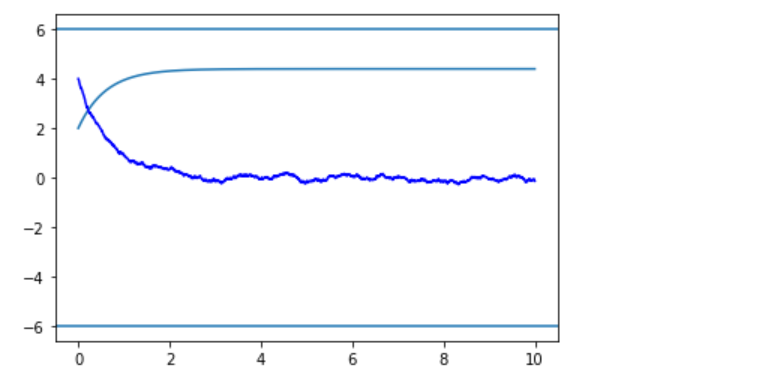
**5. Траектория и математическое ожидание для каждой компоненты выходного процесса**

Теперь выведем для каждой компоненты мат ожидания и трубку радиусом 3sigma:



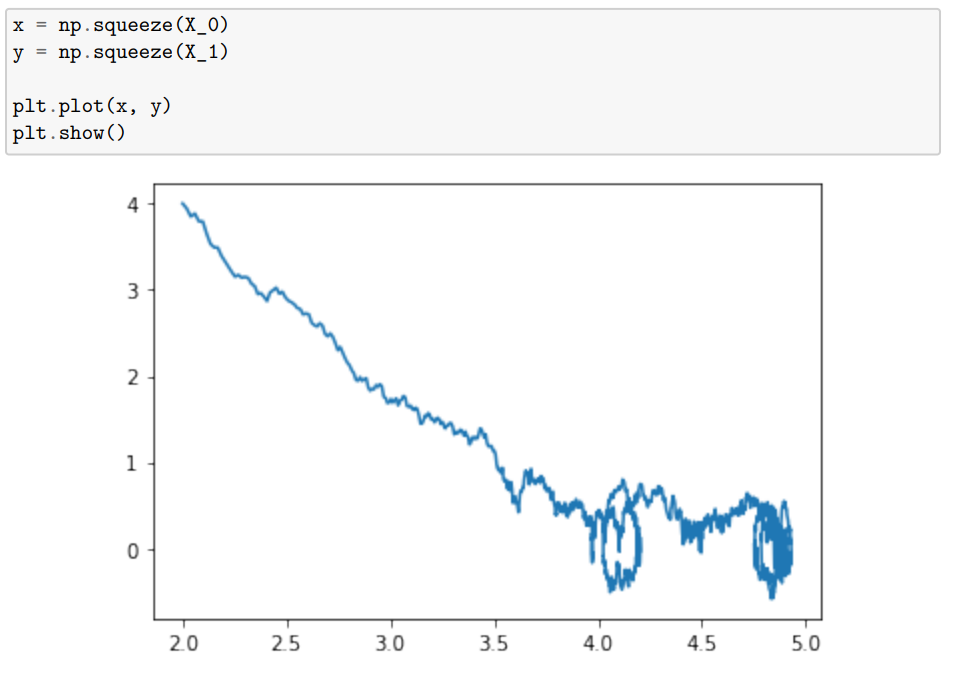






**6. Траектория двумерного процесса**

Выведем траекторию двумерного массива, присвоив первые компаненты вектору x, а вторые – y:



**Список литературы**

1. Льюнг Л. *Идентификация систем. Теория для пользователя.* М.: Наука, 1991.
2. Марпл С. Л. *Цифровой спектральный анализ и его приложения.* М: Мир, 1990.
3. Сейдж Э.П., Мелса Дж.Л. *Идентификация систем управления.* М.: Наука, 1974.